

Uma simulação analítica para localização de pontos de despejo empregando problemas inversos em soluções de forma fechada

Vinicius Gadis Ribeiro¹, Jorge Rodolfo Zabadal², Renato Letizia Garcia³

¹ Faculdade de Informática - Centro Universitário Ritter dos Reis

Caixa Postal 1355 – CEP 90.840-440 – Porto Alegre RS – Brasil

² Departamento de Engenharia Nuclear – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

CEP 90.046-900 – Porto Alegre RS – Brasil

³ Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

CEP 90046-900 - Porto Alegre/RS – Brasil

vinicius@uniritter.edu.br, jorge.zabadal@ufrgs.br,
renatolgarcia@bol.com.br

Abstract: *This paper presents a new method to simulate oil spill point source localization. The method is based on inverse problems solve, using closed form solutions to advective-difusive equations in curvilinear coordinates to localizes sources of leakage in submarine pipes. The main advantage of the proposed method is the small time processing necessary to find the coordinates. Analytical results are presented.*

Resumo: *O presente trabalho apresenta um novo método para simulação de localização de pontos de despejo de poluentes aquáticos. O método é baseado na resolução de problemas inversos em poluição aquática, empregando soluções de forma fechada para equações advectivo-difusivas em coordenadas curvilíneas para localizar pontos de origem de vazamentos em tubulações submarinas. A principal vantagem do método proposto se encontra no pequeno tempo de processamento necessário para localizar as origens. Resultados analíticos são apresentados.*

1. Introdução

Simulações detêm a vantagem de possibilitar a obtenção de dados baseados em modelos. Quanto mais preciso for o modelo, em comparação com a realidade, mais acurados serão os dados obtidos [Banks 1998]. Assim, a busca por simulações com maior exatidão confere mais proximidade com a realidade.

Uma das formas de se obter simulações com maior grau de realismo é através da solução de equações diferenciais, através de um modelo analítico. Contudo, frequentemente o processo de resolução é oneroso em termos de processamento, mesmo se empregados sistemas de computação simbólica ou algébrica, como Maple V ou Octave, que tornam ágil esse processo.

Em simulações analíticas, é comum trabalhar-se situações de problemas inversos. Por exemplo, é um problema direto simular a amplitude do derramamento de óleo de um duto submarino, dado o seu ponto inicial de ruptura e considerando-se funções direção e força de ventos e correntes marítimas. A situação contrária é um problema inverso: dada a posição onde se visualiza o derramamento de óleo, e considerando-se as funções velocidade e direção de ventos e corrente, determinar a posição onde se encontra o vazamento. Em termos computacionais, tal tarefa tem elevado custo computacional – o que pode inviabilizar a tomada de decisão para a contenção do vazamento e recuperação do meio que foi perturbado.

A resolução de problemas inversos em poluição aquática baseia-se, usualmente, na análise de distribuições de concentração de poluentes previamente regularizadas, e têm como objetivo localizar as coordenadas da origem de despejos. Essa abordagem produz, via de regra, sistemas de simulação cujos códigos-fonte dos sistemas de computação simbólica resultam relativamente extensos, e de difícil depuração – em particular, quando são utilizados algoritmos de regularização baseados em operadores integrais no tratamento dos dados experimentais da distribuição de concentrações [Tikhonov 1990].

Esses problemas inversos podem ser resolvidos empregando processos iterativos baseados em simulação direta – ou seja, processos de *tentativa e erro* nos quais são arbitrados pontos de despejo e calculadas distribuições de concentração resultantes da resolução de equações advectivo-difusivas. O processo se repete até que a distribuição de concentrações obtida coincida com os dados experimentais. Ocorre que os sistemas de simulação baseados em métodos numéricos - tais como diferenças finitas [Greenspan & Casulli 1988] e elementos finitos - apresentam inconveniente de requerer elevado tempo de processamento. Recentemente, novas formulações analíticas foram desenvolvidas, com o intuito de reduzir o tempo de processamento necessário para a obtenção de cenários de despejo. Esses métodos, baseados em simetrias de Lie admitidas por equações advectivas e difusivas [Ibragimov 1995; Olver 1993; Bluman & Kumei 1989], apesar de possibilitar considerável redução no tempo de processamento, não viabilizam a resolução de problemas inversos via simulação direta, devido ao elevado número de cenários simulados necessários para estabelecer uma concordância razoável entre as distribuições de concentração calculada e experimental.

No trabalho proposto, uma nova formulação analítica é empregada para localizar as coordenadas da origem de vazamentos em dutos submersos, dispensando não apenas a regularização dos dados experimentais, como também a resolução de equações diferenciais parciais auxiliares [Polyanin 2003; Zwillinger 1992] – o que possibilita a obtenção de resultados de forma mais eficaz do que os obtidos pelo emprego de simetrias de Lie. Para o desenvolvimento do mesmo, foi empregado o sistema de computação algébrica Maple V.

O método consiste na obtenção de equações paramétricas para linhas de corrente, seguida da localização de pontos, cujas derivadas - tomadas em direções

transversais a essas linhas - são nulas. Uma vez parametrizadas as possíveis trajetórias do poluente nas vizinhanças desses pontos cuja derivada transversal é nula, as trajetórias são percorridas no sentido inverso até que sejam encontrados pontos de intersecção com a malha de tubulação existente no local – identificando, assim, a origem dos vazamentos.

O presente trabalho se encontra estruturado da seguinte forma: na seção 2 é descrito o método proposto. A seção 3 apresenta os resultados analíticos obtidos e considerações finais são apresentadas na seção 4.

2. Descrição do método proposto

A partir de uma distribuição de concentrações previamente conhecida, são identificados máximos locais tomados na direção transversal à das linhas de fluxo do escoamento do corpo hídrico. Uma vez identificados os pontos de máximo local, tomam-se linhas de corrente que os unem entre si. São então ajustadas as equações paramétricas, que descrevem as linhas obtidas. Em seguida, são identificados pontos de intersecção entre as curvas que descrevem as equações paramétricas e as linhas que definem a malha de tubulação submersa. Os pontos de intersecção delimitam uma região dentro da qual se encontram as prováveis coordenadas da origem do vazamento. A fim de confirmar a origem das coordenadas utilizando um modelo de propagação de poluentes, procede-se da seguinte forma:

1 – A mesma distribuição de concentrações a partir da qual foram identificados os pontos de máximo é substituída na equação advectivo difusiva dada por

$$\mu \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} - D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) = Q \quad (1)$$

sendo então obtida a função fonte Q. Nessa equação, C representa a concentração do poluente, u e v são as componentes do vetor velocidade nas direções X e Y – consideradas previamente conhecidas -, e D é o coeficiente de difusão.

2 – A função fonte Q, obtida a partir da equação (1), é mapeada dentro da região previamente delimitada, a fim de verificar se o máximo local de concentração se encontra em seu interior. Caso isso não ocorra, são pesquisados máximos locais em regiões vizinhas, até que esse seja encontrado.

Uma forma alternativa de verificar a validade do resultado consiste em obter um conjunto de pontos de máximo local para a função fonte presente na equação (1). Uma vez que a incógnita no problema é dada por um conjunto discreto de pontos, a função

fonte Q pode ser interpretada como uma combinação linear de funções delta de Dirac, que representam vazamentos pontuais centrados nessas coordenadas. Dessa forma, a equação pode ser tratada como um problema inverso em funções de Green. A fim de resolver esse problema inverso, são identificados os pontos de mínimo local da função Q. Inicialmente, assume-se que esses pontos representam uma primeira aproximação para a origem dos vazamentos. Ocorre que o operador de segunda ordem presente na equação (1) dado por

$$A = D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

converte pontos de máximo local na concentração em pontos de mínimo local da função fonte. Desse modo, a identificação da origem dos vazamentos é imediata, uma vez que os pontos de mínimo coincidentes com a malha da tubulação submersa representam os locais onde a concentração de poluente é máxima.

Caso a tubulação submersa estivesse em águas profundas, os pontos de origem passariam a não coincidir com os pontos de inflexão da função fonte. Isso ocorre porque a difusão prévia do poluente pode eventualmente mascarar a distribuição de concentrações na superfície do corpo hídrico. Nesse caso, a função fonte não pode ser aproximada por uma combinação linear de funções delta de Dirac, pois alguns pontos de máximo local na distribuição de concentrações tomadas a uma cota de maior profundidade tendem a ser mascaradas na superfície.

A fim de confirmar a localização dos pontos de despejo do poluente, são obtidas equações paramétricas que descrevem as isosuperfícies de função corrente. As interseções dessas isosuperfícies com a tubulação definem pontos de partida para a emissão de traçadores cujas trajetórias podem ser identificadas visualmente. A simples inspeção visual da interseção das trajetórias dos traçadores com pontos de derivada transversal nula existentes sobre linhas de corrente constitui uma confirmação qualitativa da origem dos despejos.

3. Resultados obtidos

A figura 1 apresenta, de modo invertido, dois despejos pontuais, localizado nas coordenadas $P_0(x_0, y_0)$, bem como suas respectivas plumas produzidas em regime permanente - isto é, após transcorrido um intervalo de tempo suficientemente longo para que esta preencha a região de interesse delimitada pelas coordenadas x_{\min} e x_{\max} , y_{\min} e y_{\max} (nesse caso, $t_{\max} = 4$ h). A pluma é descrita pela equação (3), como segue

$$f := \frac{1}{2} \frac{e^{\left(-\frac{\psi^2}{4 Di \phi} \right)}}{\sqrt{p Di \phi}} \quad (3),$$

onde ϕ e ψ representam, respectivamente, o potencial velocidade e a função corrente de um escoamento invíscido, empregados como coordenadas curvilíneas no problema proposto. O fato de serem utilizadas a função corrente e o potencial velocidade como coordenadas não implica, necessariamente, que o escoamento correspondente não é viscoso; mas que o sistema de coordenadas é adaptado à geometria do domínio – característica que dispensa a discretização do mesmo.

Observa-se, na figura 1, a existência de dois pontos de vazamento cujas respectivas plumas se fundem em uma, mascarando a localização da origem do despejo. Uma vez que a superfície apresenta apenas uma linha central que define os pontos de máximo em cerca de 80 % da extensão do domínio, uma análise preliminar, baseada apenas na extrapolação da linha que une os pontos de máximo, poderia eventualmente fornecer um resultado equivocado quanto à possível origem do vazamento, devido a um problema de amostragem. A figura 2 apresenta as isolinhas, como vista superior da situação apresentada na figura 1.

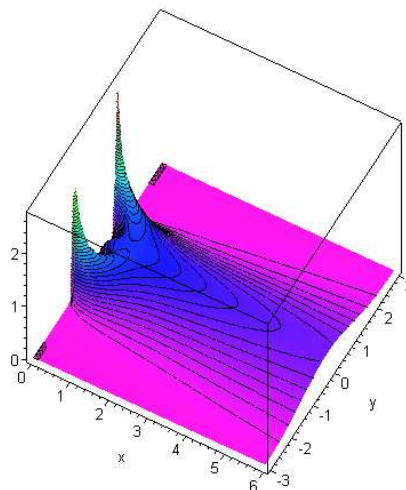


Figura 1. Distribuição de concentrações

Entretanto, uma vez delimitada a região em torno do suposto ponto de despejo, procede-se à simulação direta, a fim de verificar a validade do resultado. A varredura é efetuada na direção transversal às linhas de corrente, percorrendo a linha pontilhada indicada na figura 3, dentro da região delimitada – em azul e roxo.

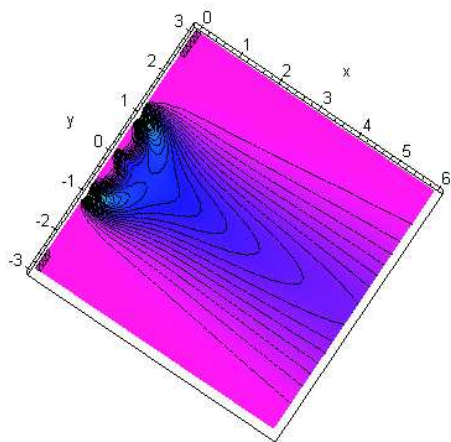


Figura 2: Isolinas de concentração

Em cada ponto sobre a linha pontilhada amarela – na figura 3 –, é simulado o despejo do poluente, até que a distribuição de concentração seja compatível com a pluma observada. Dessa forma, os pontos originais de despejo são facilmente localizados, encerrando o processo de busca.

Caso existam três ou mais pontos, o processo de varredura identificará, automaticamente, cada ponto de despejo sobre a linha pontilhada. Surge, então, a seguinte questão: uma vez que todos os pontos localizados se encontram sobre a linha pontilhada pode, eventualmente, ocorrer erro de posicionamento de alguns desses pontos sobre a coordenada ϕ - de maneira que cada ponto de despejo original possa eventualmente estar a montante ou a jusante do ponto estimado? Embora isto seja possível, e ocorra com frequência, é importante recordar que os verdadeiros pontos de despejo se encontram na intersecção entre as isolinas de função corrente que passam pelos pontos estimados e a malha da tubulação que conduz o fluido – conforme a linha tracejada verde na figura 3.

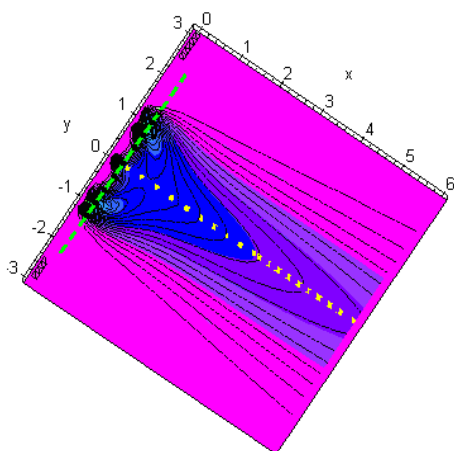


Figura 3. Localização dos pontos de despejo

O processo de localização dessas intersecções evita que a região bidimensional que contém o primeiro ponto estimado seja varrida em toda a sua extensão – reduzindo significativamente o tempo de processamento requerido para verificação dos resultados via simulação direta.

4. Considerações finais

O mesmo cenário simulado utilizando soluções exatas baseadas em simetrias de Lie produz uma distribuição de concentrações idêntica à apresentada na figura 3. Embora a solução exata reproduza, neste caso, um resultado mais preciso - ou seja, os pontos $P_i(x_i, y_i)$ e $P_0(x_0, y_0)$ resultem mais próximos quando utilizada essa solução -, o tempo de processamento resultante do emprego da solução proposta é sensivelmente inferior. Enquanto a solução obtida através de simetrias de Lie requer cerca de 15 minutos de processamento para a simulação direta - empregando processador AMD Sempron 3100 ++ 1.8 GHz, 1 GB de memória RAM - a solução obtida através do método proposto demanda aproximadamente 2 segundos de processamento – empregando a mesma configuração. Ambos os resultados foram obtidos empregando o software Maple V.

Convém ressaltar que, na resolução de problemas inversos, o reduzido tempo de processamento constitui a principal vantagem do ponto de vista computacional, uma vez que requer um número elevado de simulações diretas, a fim de obter as coordenadas aproximadas da origem do despejo. No exemplo anterior, foram empregadas cerca de 50 tentativas de rastreamento do ponto $P_0(x_0, y_0)$ para ambas as soluções empregadas, de modo que o tempo total de processamento do problema inverso resulta, portanto, cerca de 1 minuto e 40 segundos para o método proposto e 1 hora e 15 minutos para a solução baseada em simetrias de Lie. Esse diferencial pode ser crítico na tomada de decisão, minimizando gastos com operações submarinas para localização do ponto em questão.

Além disso, considerando a incerteza dos dados experimentais com os quais devem ser comparadas as distribuições de concentração calculadas - a fim de identificar os máximos locais que delineiam as linhas de corrente -, a exatidão da aproximação obtida torna-se um aspecto irrelevante na localização da origem do despejo, uma vez que ambas as soluções obtidas se encontram dentro da mesma região delimitada pela própria incerteza mencionada.

Agradecimento

Os autores agradecem o apoio do Centro Universitário Ritter dos Reis.

Referências

- Banks, J. (1998). “Handbook of Simulation: principles, methodology, advances, application and practice”, New York, Wiley.
- Bluman, G.W. and Kumei, S. (1989). “Symmetries and Differential Equations”, New York, Springer-Verlag.

- Greenspan, D. and Casulli, V. (1988). "Numerical Methods for Applied Mathematics, Science and Engineering", Redwood, Addison-Wesley.
- Ibragimov, N.H. (1995). "CRC Handbook of Lie Group Analysis of Differential Equations – Applications in Engineering and Physical Sciences", Boca Raton, FL, CRC Press.
- Olver, P.J. (1993) "Applications of Lie Groups to Differential Equations", New York, Springer-Verlag.
- Polyanin, A.D. and Zaitsev, V.F. (2003). "Handbook of Nonlinear Partial Differential Equations", Boca Raton, FL, CRC Press.
- Tikhonov, A. N. et al. (1990). "Numerical Methods for the Solution of ill-posed Problems", Moscou, Nauka.
- Zwillinger, D. (1992). "Handbook of Differential Equations", Boston, Academic Press.